

OTTICA GEOMETRICA

III parte:

- **Interferenza**
- **Diffrazione**
- **OCT**
- **Laser**

Ottica ondulatoria

- Ottica geometrica: descrive solo parzialmente i fenomeni luminosi
- La luce ha una natura ondulatoria, solo prendendo in considerazione questo aspetto possono spiegarsi alcuni comportamenti luminosi
- In particolare, i fenomeni della interferenza e diffrazione non possono essere spiegati approssimando la luce con raggi luminosi ma dobbiamo considerarne la natura ondulatoria
- Questi fenomeni sono infatti dovuti alla sovrapposizione di onde luminose: l'intensità dell'onda risultante dipende dallo sfasamento delle onde che la compongono.
- Secondo le leggi dell'ottica geometrica, nella fig. (a), la luce che oltrepassa il foro dovrebbe proiettare un'ombra dai bordi netti su uno schermo posto di fronte.

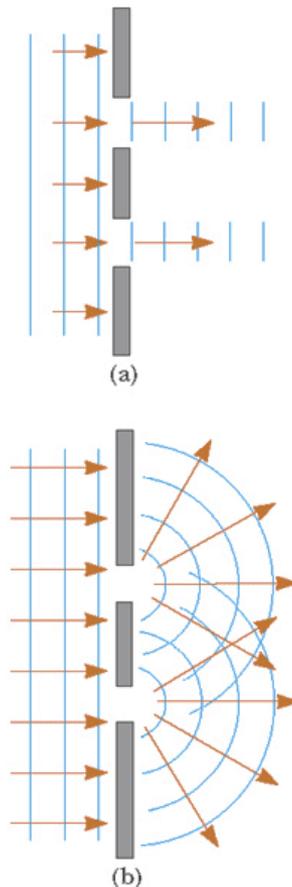
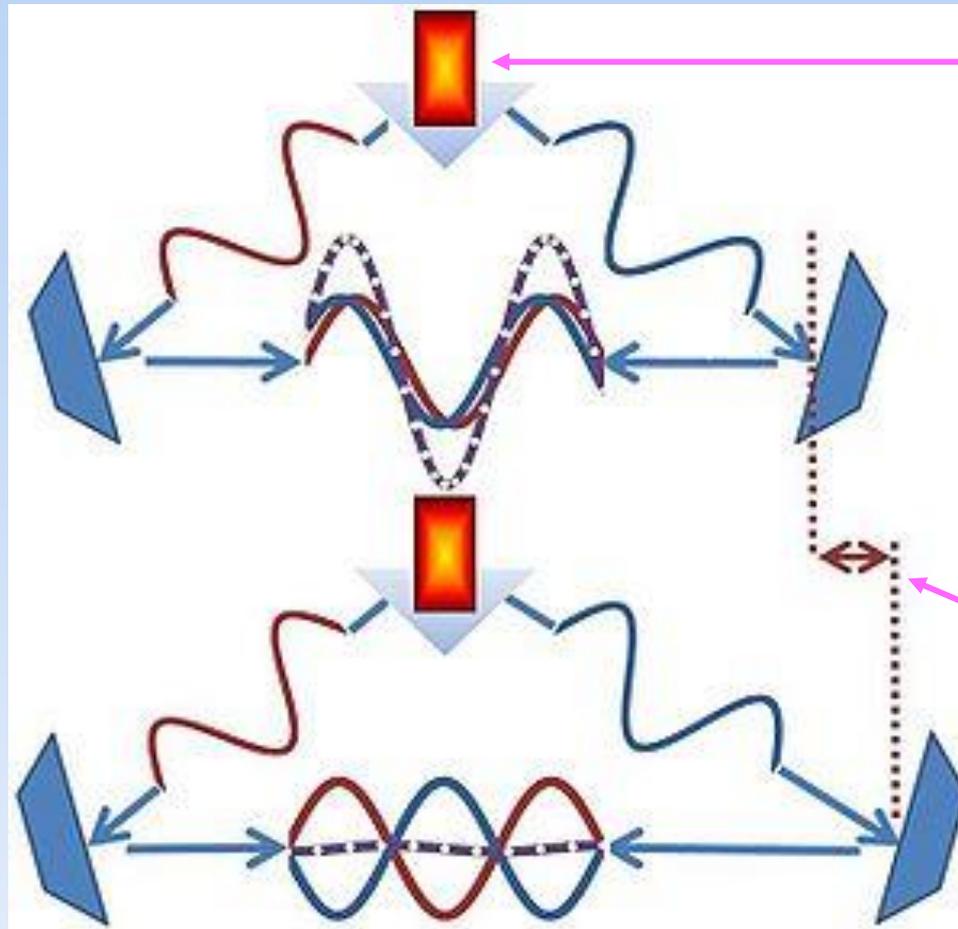


FIGURA 27.1 (a) Se le onde luminose non si allargano dopo aver attraversato le fenditure, non si ha interferenza. (b) Le onde luminose dalle due fenditure si sovrappongono quando si allargano, andando ad illuminare una regione di spazio che dovrebbe essere in ombra e producendo anelli di interferenza su uno schermo alla destra delle fenditure.

Interferenza

- Due onde **con la stessa frequenza** si combinano e la figura che ne risulta è determinata dalla differenza di fase tra le due onde;
- Onde che sono in fase tra loro daranno luogo ad interferenza costruttiva,
- Onde sfasate tra loro daranno luogo ad interferenza distruttiva.



Sorgente di luce coerente (laser)

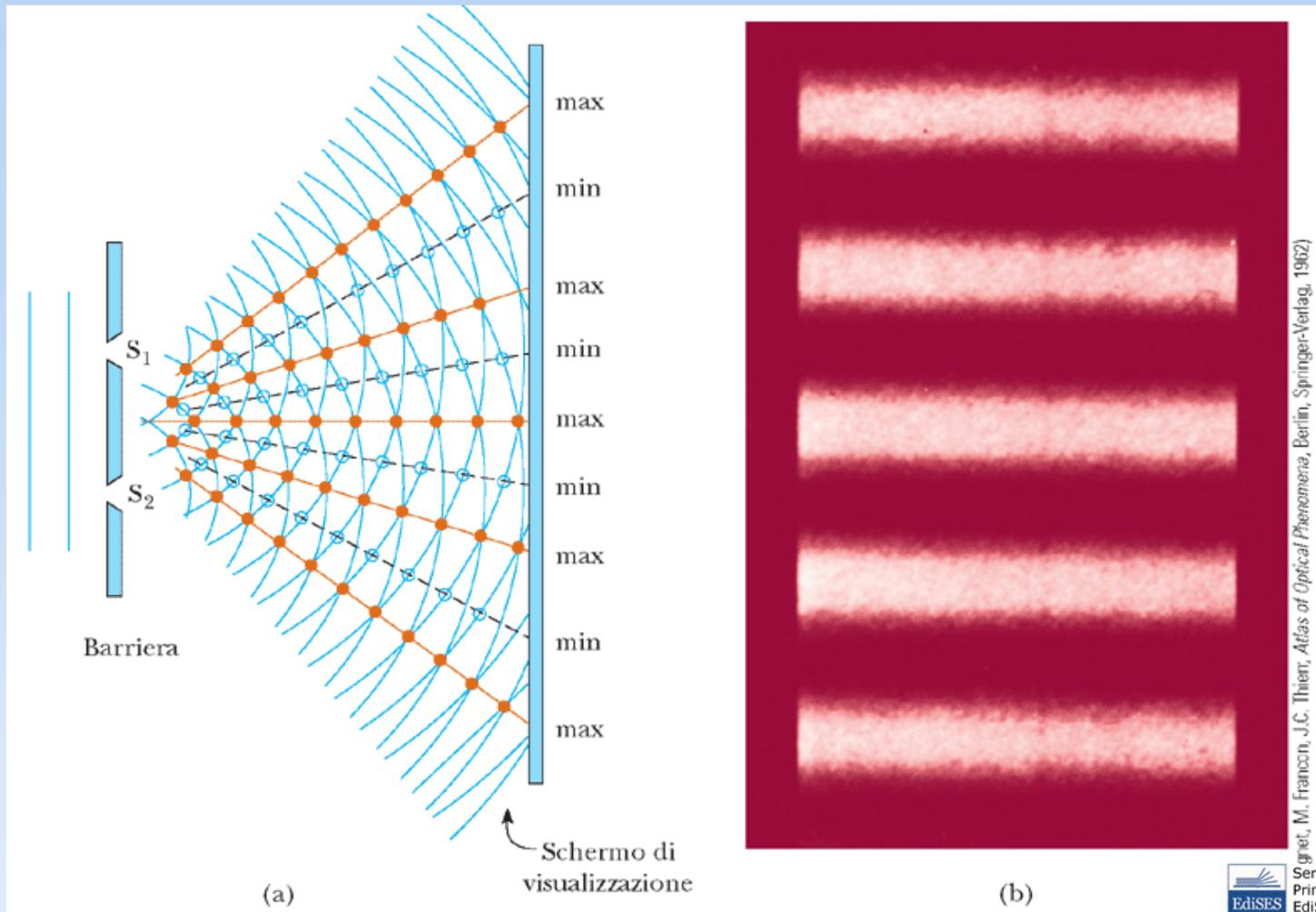
Interferenza costruttiva

Il percorso ottico viene variato

Interferenza distruttiva

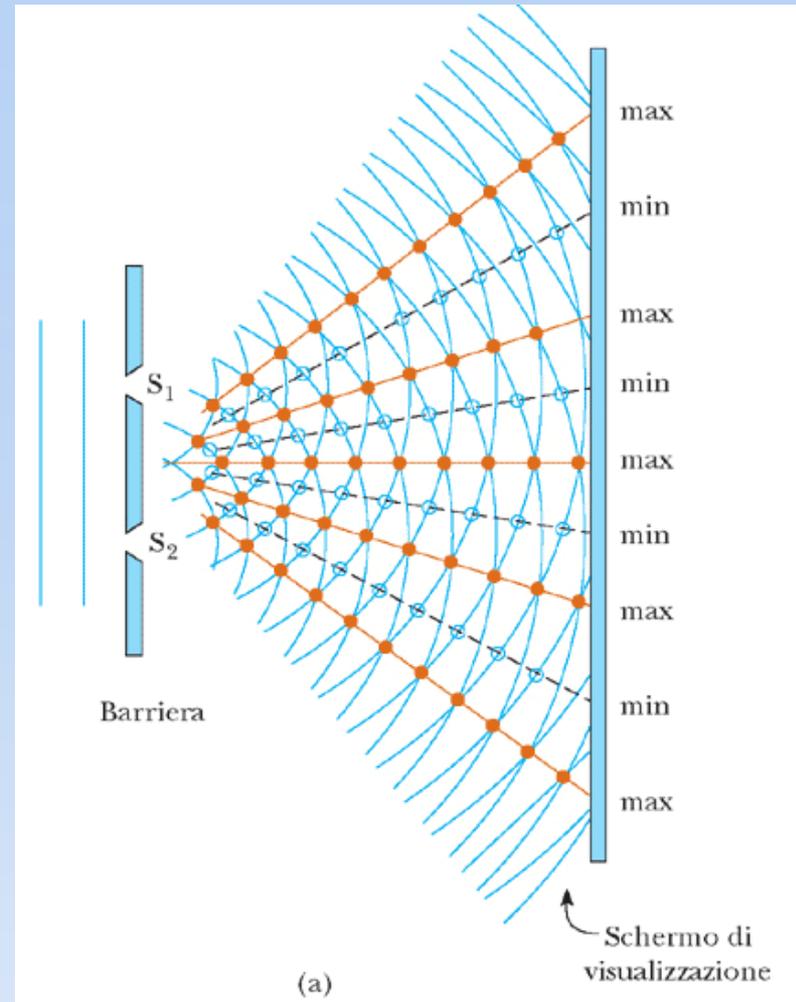
Esperimento di Young

Nel **1801** Thomas Young (1773-1829) effettuò un'esperienza decisiva a favore dell'ipotesi ondulatoria della luce, mostrando che anche con i raggi luminosi si possono verificare i fenomeni di *interferenza* e *diffrazione*, tipici dei fenomeni ondulatori.



Esperimento di Young

- Luce monocromatica incidente su uno schermo con 2 fenditure S_1 e S_2 ;
- S_1 e S_2 diventano a loro volta sorgenti **coerenti** (principio di Huygens);
- Le onde luminose si propagano a partire da S_1 e S_2 e danno luogo ad una figura di interferenza;
- La figura di interferenza è data dalla sovrapposizione delle due onde luminose che possono essere, o no, in fase tra loro a secondo del cammino percorso;
- Le intensità delle due onde componenti si sommano:
 - Se le fasi sono coerenti, le intensità si sommano (interferenza costruttiva: zona chiara);
 - Se le fasi non sono coerenti, le intensità si sottraggono (interferenza distruttiva: zona scura).

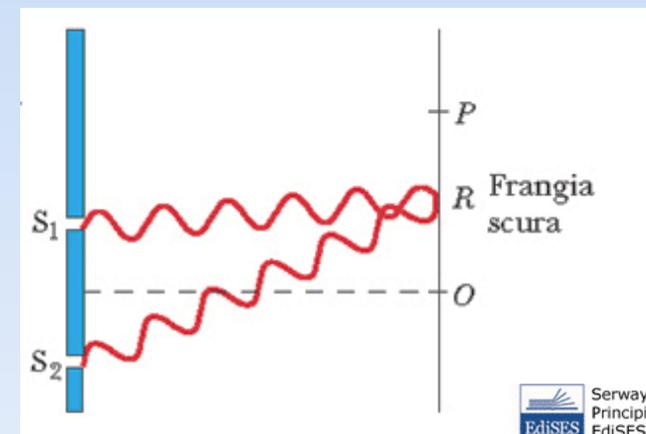
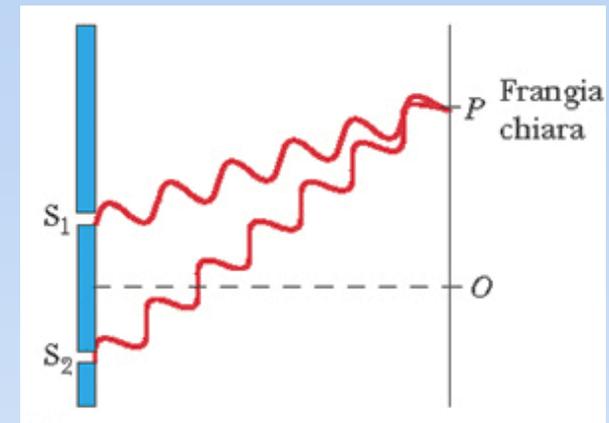
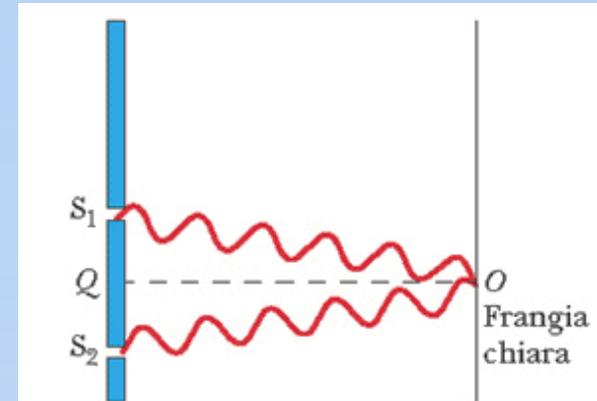


Esperimento di Young

Combinazione di due onde in fase: in O si ha **interferenza costruttiva**;

Le onde percorrono un diverso cammino ottico, ma giungono comunque in fase nel punto P: **interferenza costruttiva**;

Le onde percorrono un diverso cammino ottico, e NON sono in fase tra loro quando raggiungono il punto R: **interferenza distruttiva**.



Esperimento di Young

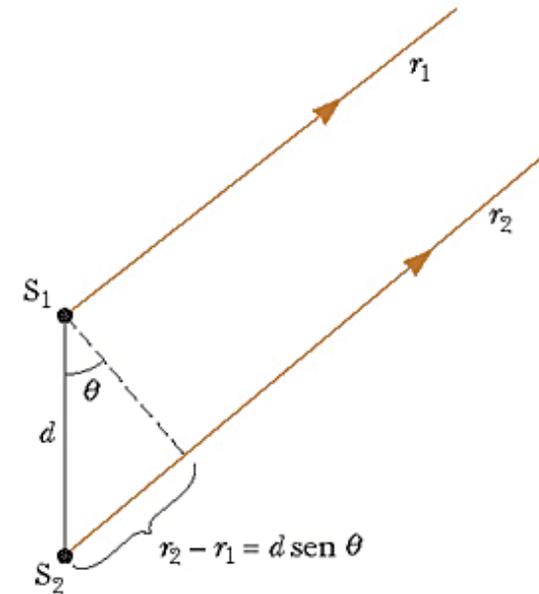
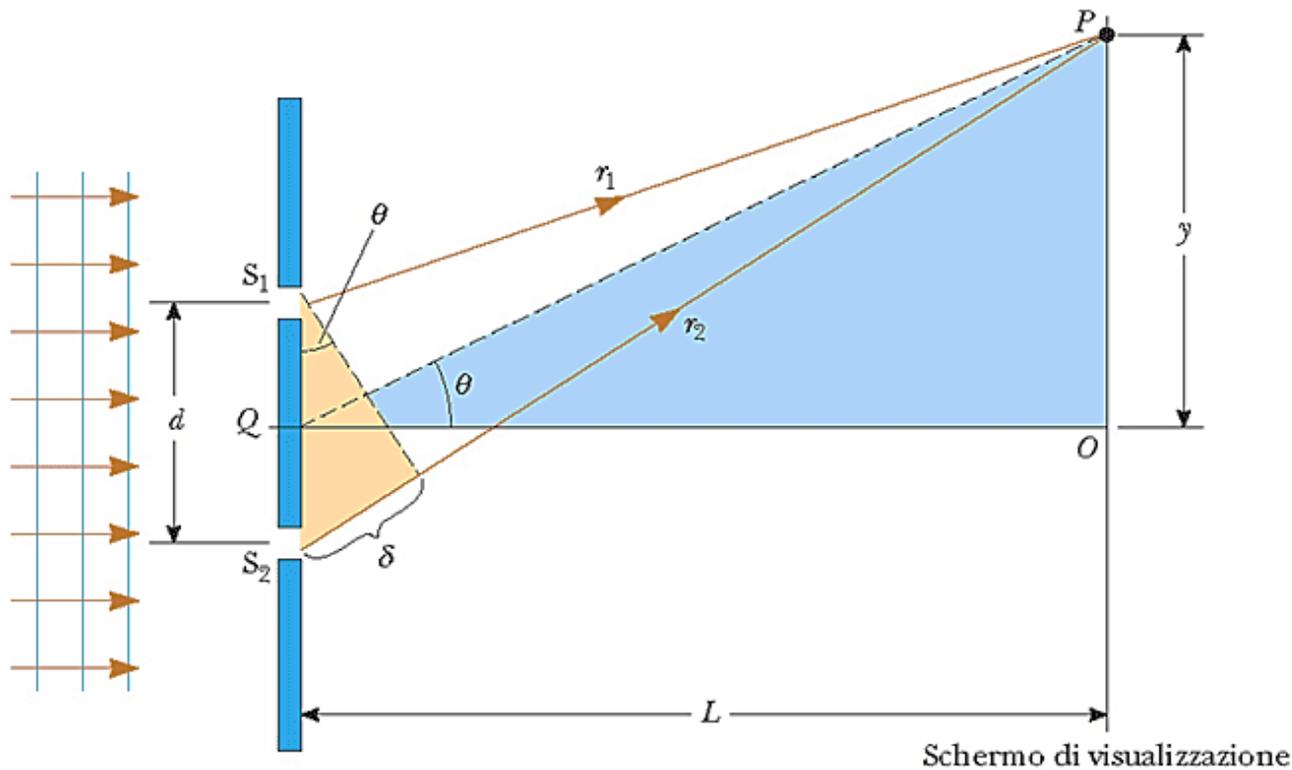
- Ipotesi:

1. $L \gg d$;

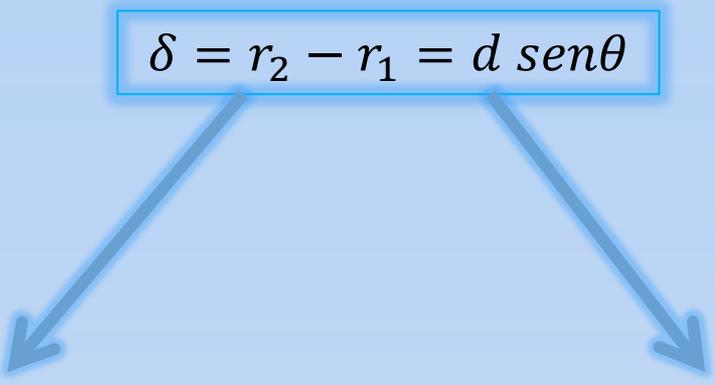
2. $d \gg \lambda$

- La differenza di cammino ottico fra r_1 e r_2 è:

$$\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$$



Esperimento di Young

$$\delta = r_2 - r_1 = d \operatorname{sen}\theta$$
A blue box containing the equation $\delta = r_2 - r_1 = d \operatorname{sen}\theta$ has two blue arrows pointing downwards and outwards to the left and right, indicating the two resulting interference conditions.

**INTERFERENZA
COSTRUTTIVA**
(frange chiare)

$$\delta = d \operatorname{sen}\theta = n \lambda$$

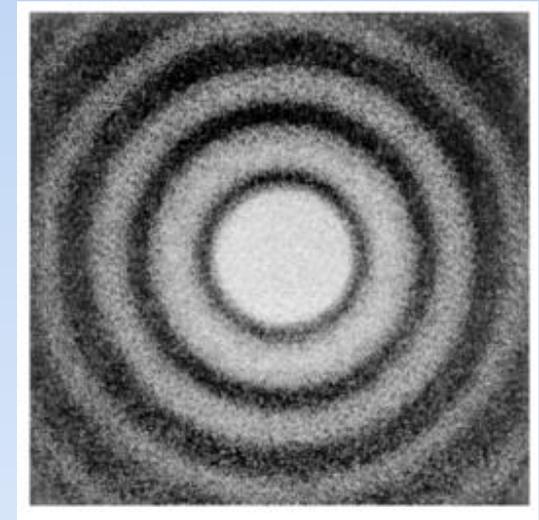
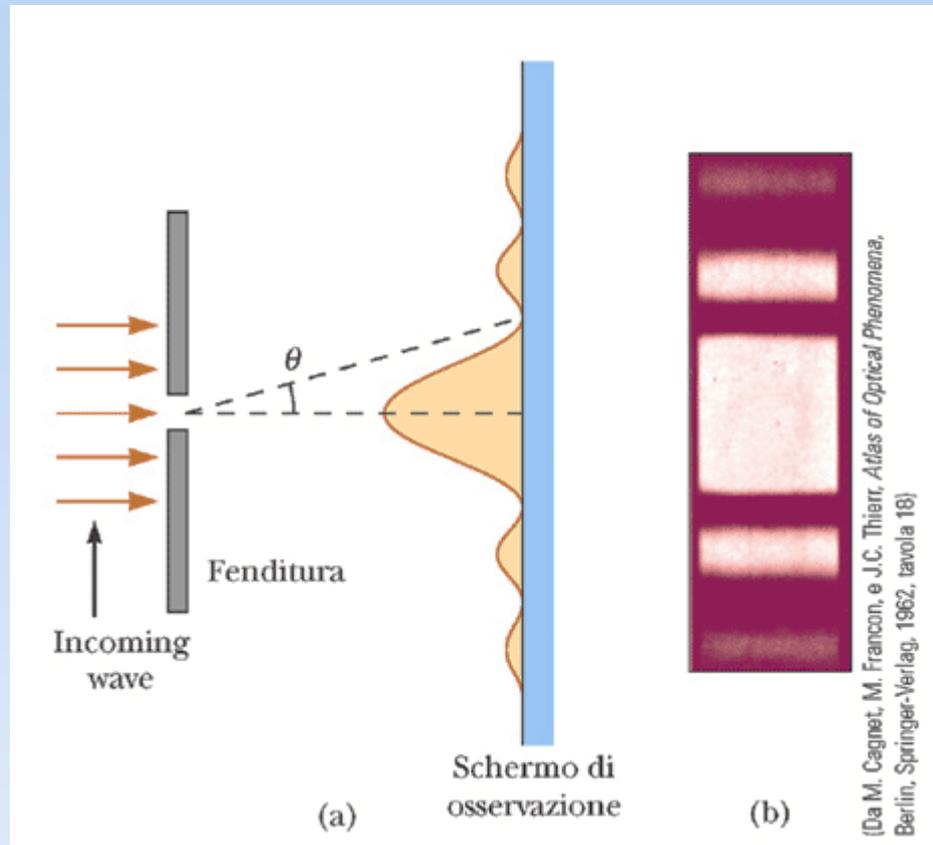
**INTERFERENZA
DISTRUTTIVA**
(frange scure)

$$\delta = d \operatorname{sen}\theta = \left(n + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

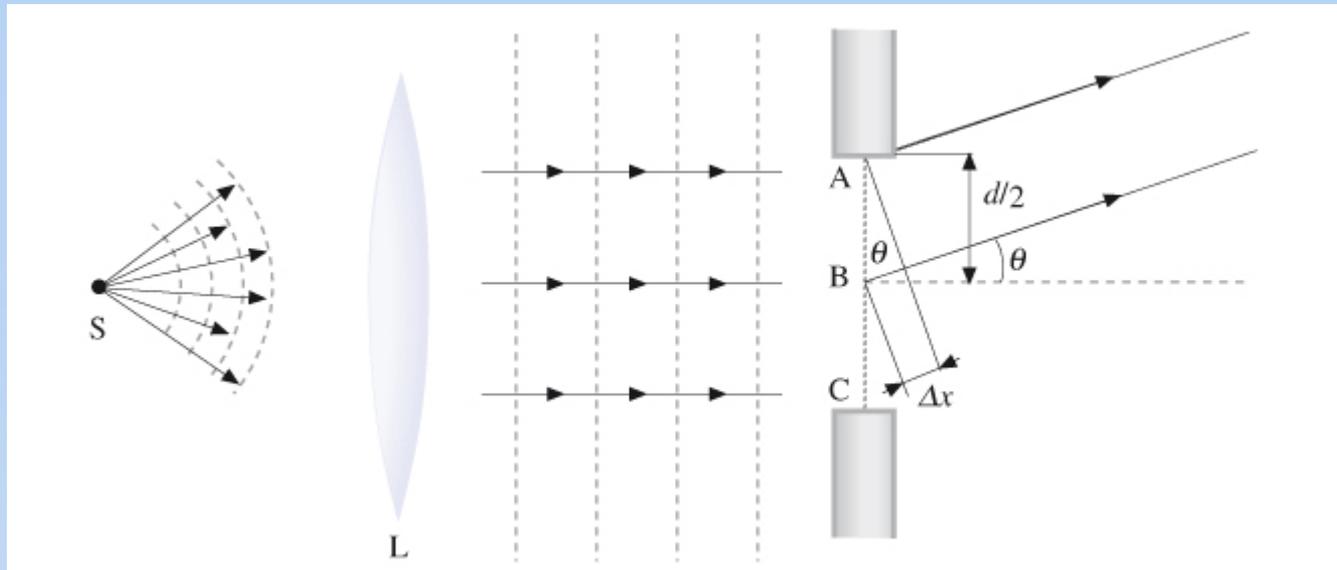
$$n = 0, 1, 2, \dots$$

Diffrazione

- Quando la luce incontra un ostacolo delle dimensioni $d \cong \lambda$
- La figura di diffrazione è caratterizzata da un massimo centrale affiancata da bande secondarie più strette e meno intense (massimi secondari) che si alternano a bande oscure (minimi).



Diffrazione



- Consideriamo una luce emessa da una sorgente puntiforme, trasformata in un'onda piana da una lente convergente e che poi incida su una fenditura rettilinea di larghezza d ;
- Prendiamo in esame i punti A e B, distanti tra loro $d/2$;
- Per il principio di Huygens da questi punti si generano raggi in tutte le direzioni;
- Consideriamo quelli che formano un angolo θ con la normale alla fenditura;
- La differenza in cammino ottico tra i due raggi, provenienti da A e da B, è data da:

$$\Delta x = \frac{d}{2} \operatorname{sen} \vartheta$$

- Si ha interferenza distruttiva tra i due raggi quando la differenza di cammino ottico è uguale a mezza lunghezza d'onda:

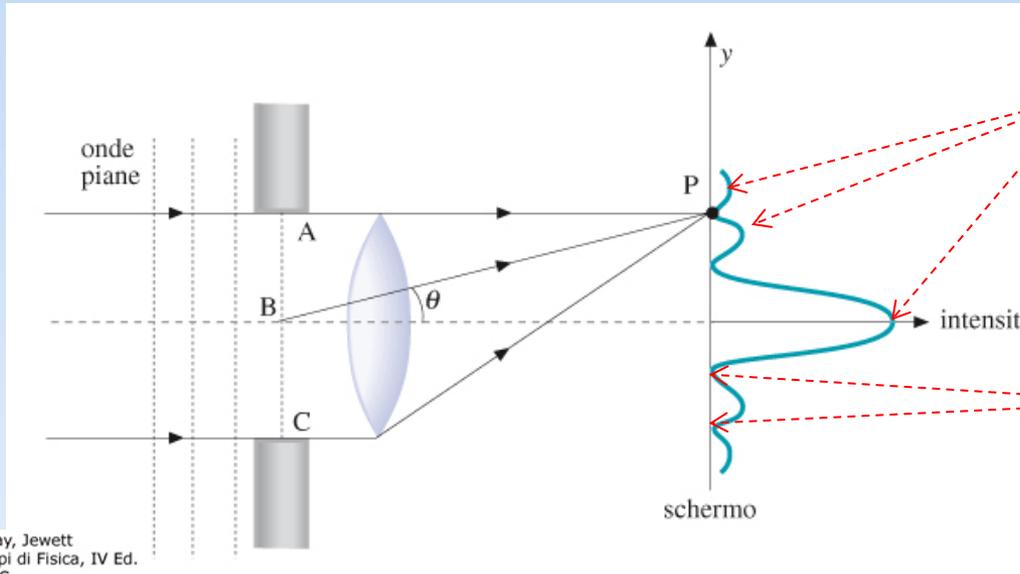
$$\frac{d}{2} \operatorname{sen} \vartheta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d \operatorname{sen} \theta = \lambda$$

Diffrazione

- La condizione di interferenza distruttiva si applica a tutti i punti adiacenti ad A ed appartenenti al segmento AB e a quelli appartenenti al segmento BC;
- quindi si può ripetere la dimostrazione suddividendo la fenditura di larghezza d in n fenditure uguali, per cui la relazione precedente si può sostituire al posto di d il valore $\frac{d}{n}$, con n intero, e diventa:

$$\frac{d}{n} \operatorname{sen} \vartheta = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow d \operatorname{sen} \theta = n \lambda$$

- Diffrazione: interferenza nel caso di infinite sorgenti



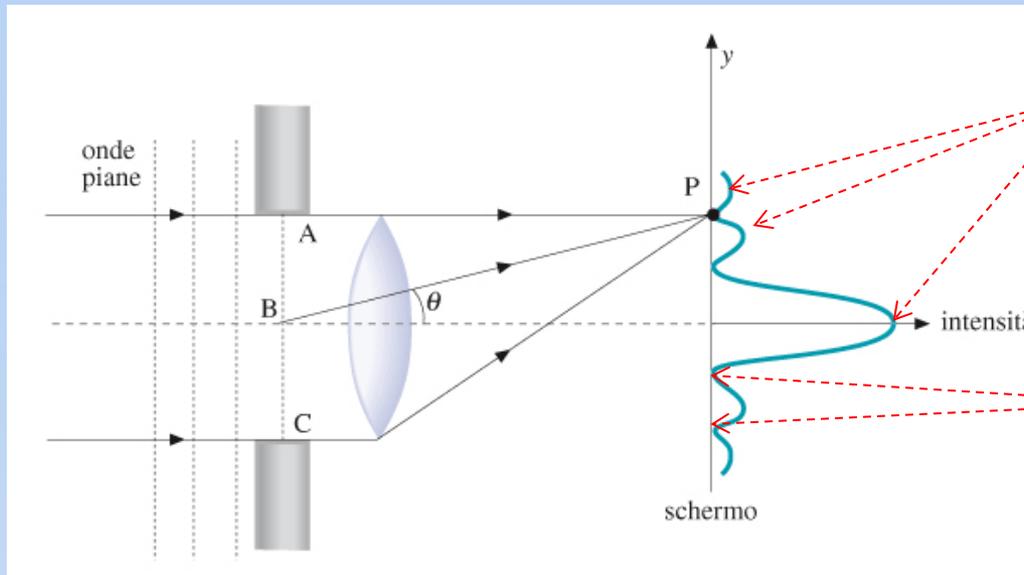
interferenza costruttiva

$$d \operatorname{sen} \theta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

interferenza distruttiva

$$d \operatorname{sen} \theta = n \lambda$$

Diffrazione



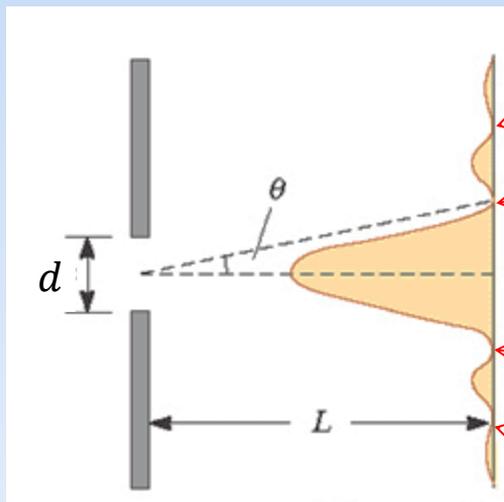
interferenza costruttiva

$$d \sin \theta = (2n + 1) \frac{\lambda}{2}$$

interferenza distruttiva

$$d \sin \theta = n \lambda$$

Posizione dei minimi da ciascun lato:



2° minimo: $\sin \theta = \frac{2 \lambda}{d}$

1° minimo: $\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$

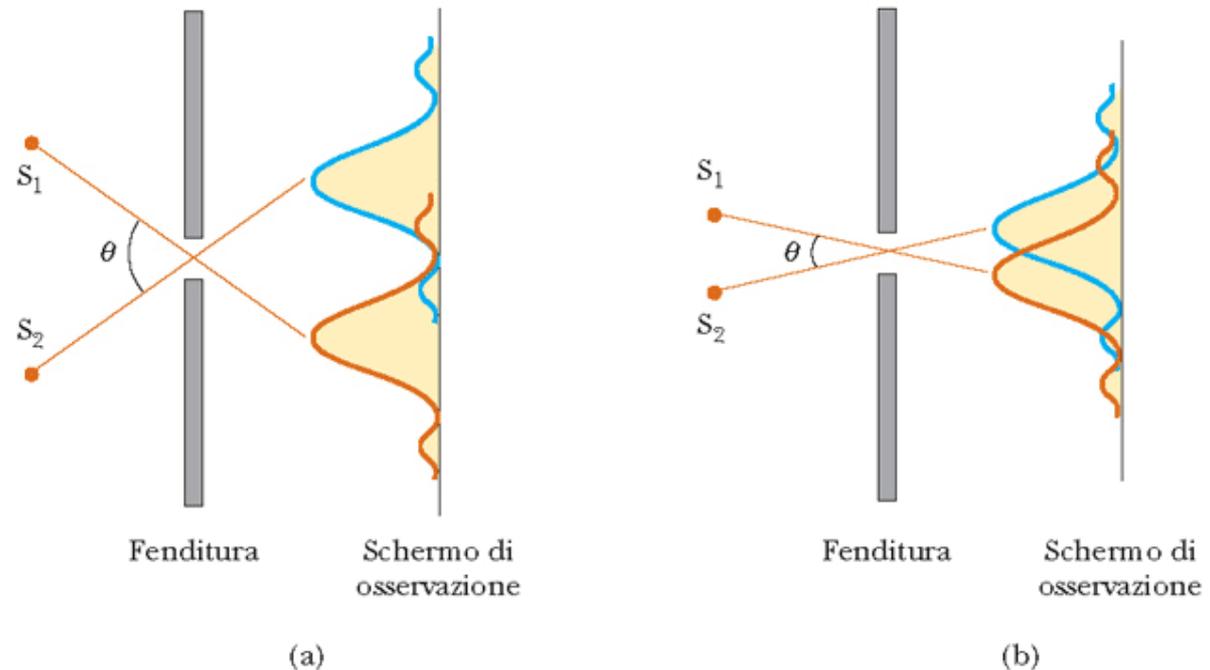
1° minimo: $\sin \theta = -\frac{\lambda}{d}$

2° minimo: $\sin \theta = -\frac{2 \lambda}{d}$

Potere risolutivo dell'occhio: diffrazione da un foro circolare

- La diffrazione limita le capacità degli strumenti ottici di distinguere (“risolvere”) immagini di oggetti tra loro vicini.
- Le immagini costruite facendo passare la luce attraverso lenti e/o aperture (ad esempio le immagini di due sorgenti quasi puntiformi S_1 e S_2 che passano attraverso un'apertura di larghezza d e con separazione angolare θ) non sono nette, ma sono costituite da un massimo centrale allargato, con altri massimi secondari di contorno.

FIGURA 27.17 Due sorgenti puntiformi distanti da una piccola apertura producono ciascuna una figura di diffrazione. (a) L'angolo sotteso dalle sorgenti all'apertura è grande abbastanza perché le figure di diffrazione siano distinguibili. (b) L'angolo sotteso dalle due sorgenti è così piccolo che le loro figure di diffrazione si sovrappongono e le immagini non sono ben risolte. (Si noti che gli angoli sono notevolmente esagerati. I disegni non sono in scala).



Criterio di Rayleigh

- Stabilisce il criterio secondo il quale due immagini sono risolte
- Le immagini di due sorgenti puntiformi sono risolte quando il massimo centrale della figura di diffrazione di una sorgente coincide col primo minimo della figura di diffrazione dell'altra sorgente.

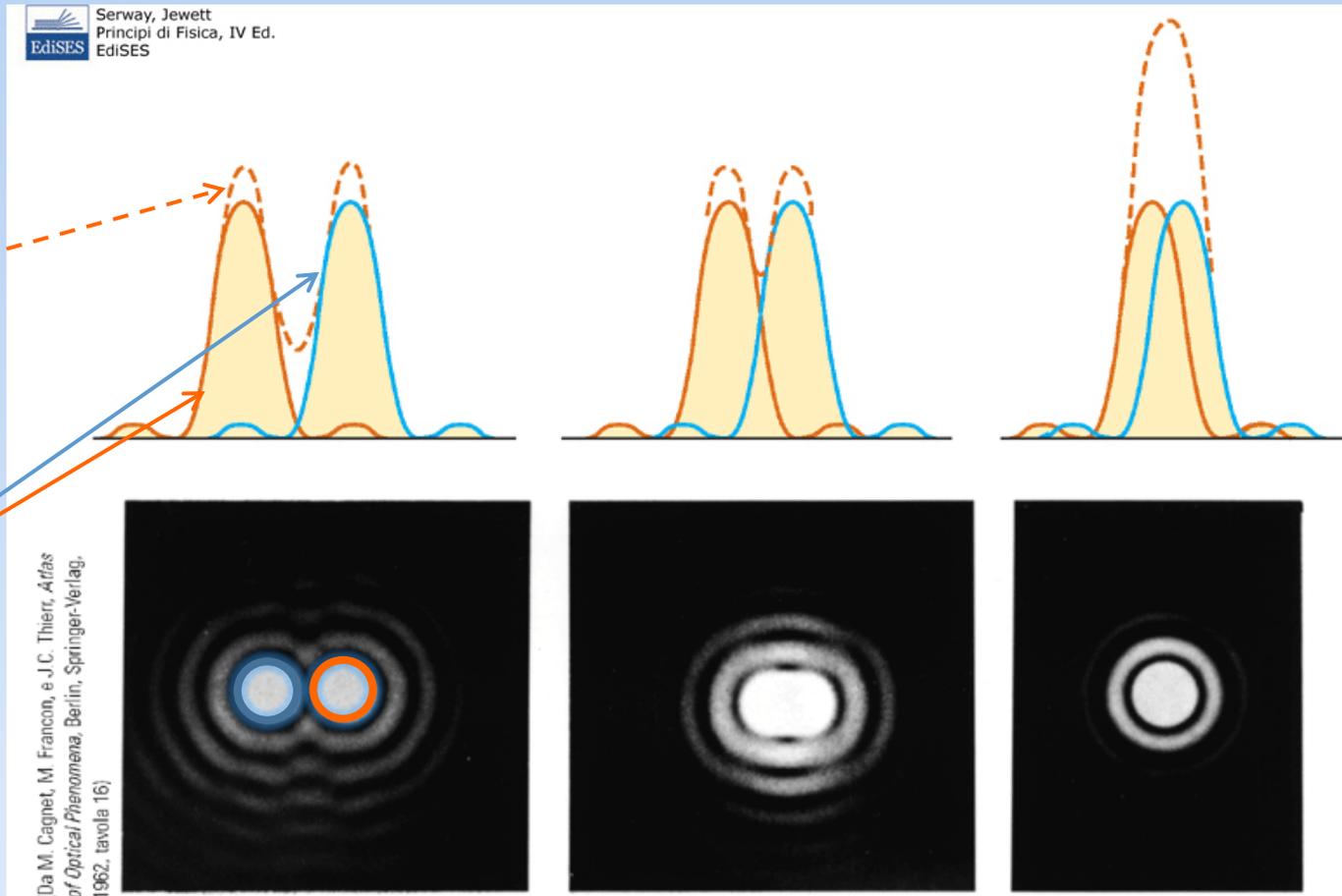


Figure risolte

Figure appena risolte

Figure non risolte

Criterio di Rayleigh

Sperimentalmente si osserva, per un'apertura circolare, che le immagini sono risolte se :

$$\theta_{\text{minimo}} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

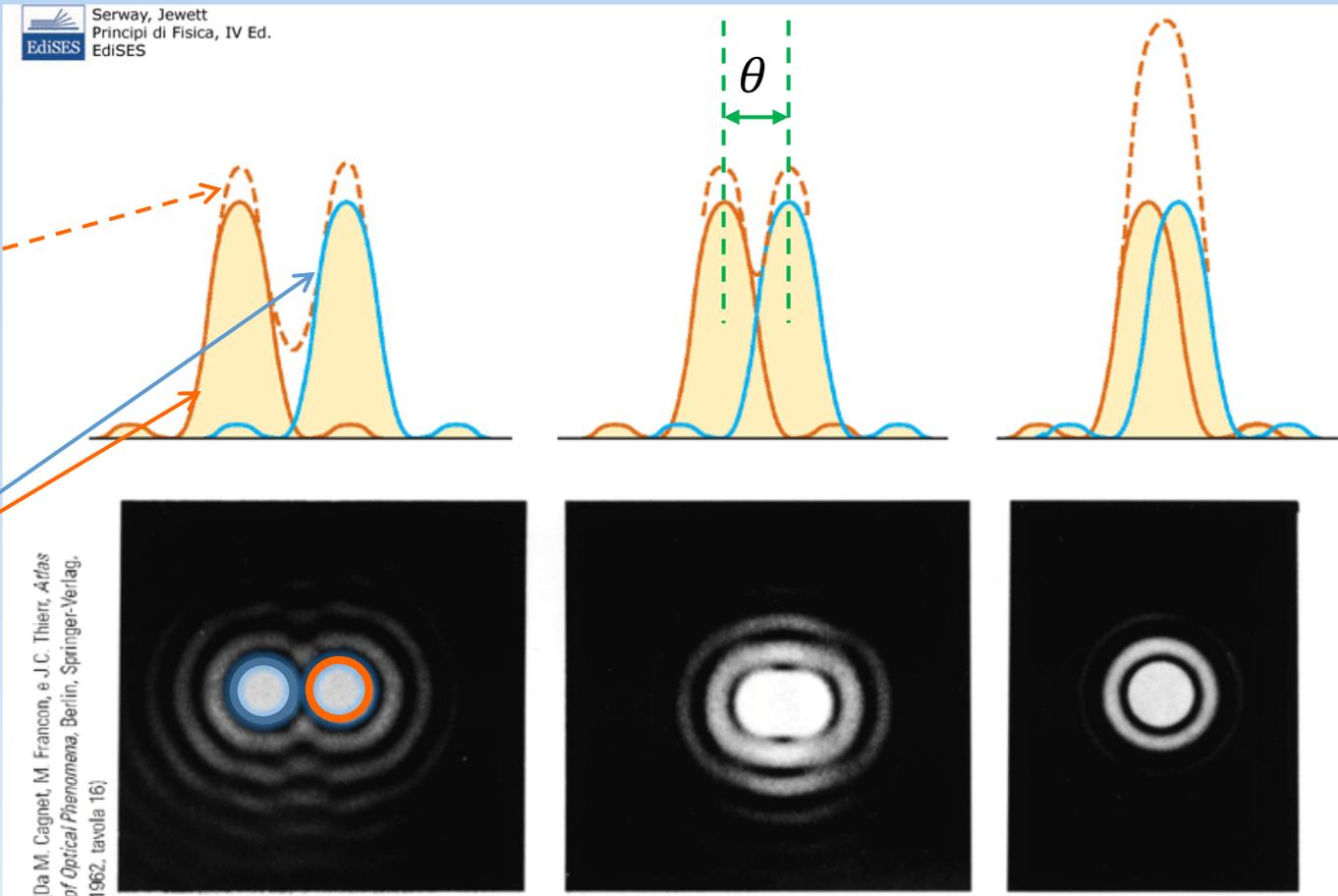
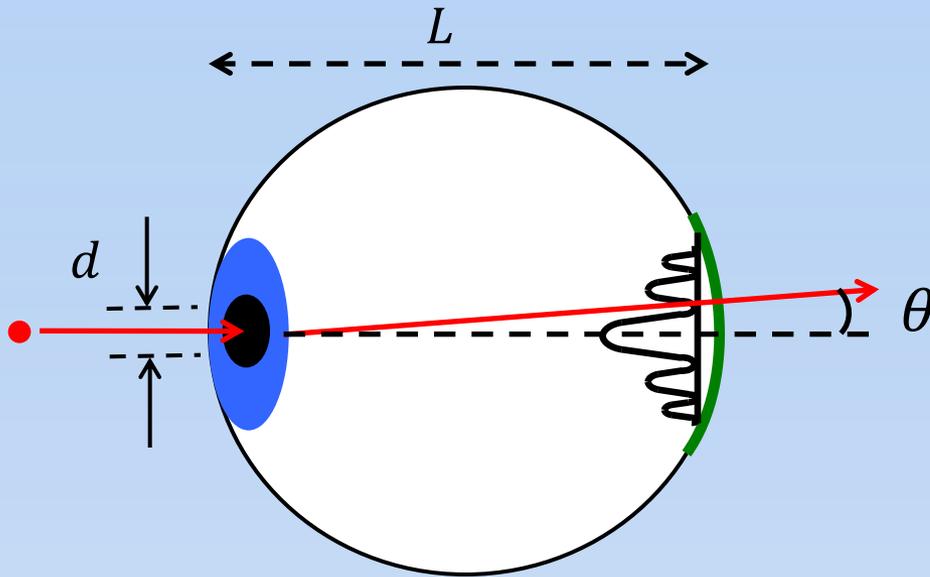


Figure risolte

Figure appena risolte

Figure non risolte

Potere risolutivo dell'occhio: diffrazione sulla pupilla



- Nel caso dell'occhio umano:
 $d = 5 \text{ mm}$
 $L = 2.3 \text{ cm}$
- Considerando $\lambda = 5 \text{ nm}$ (vicina al valore di picco della curva di sensibilità spettrale fotopica dei recettori della retina = 550 nm)

$$\theta = 1.22 \frac{\lambda}{d} = 1.22 \frac{5 \times 10^{-7} \text{ m}}{5 \times 10^{-3} \text{ m}} = 10^{-4} \text{ rad}$$

La minima distanza tra due oggetti che può essere risolta dall'occhio umano è pertanto:

$$r = L \operatorname{tg} \theta \cong L \theta = (2.3 \times 10^{-2} \text{ m}) 10^{-4} = 2.3 \times 10^{-6} \text{ m} = 2.3 \text{ mm}$$

Tomografia a coerenza Ottica (OCT)

La OCT è una tecnica di imaging medico:

- non invasiva;
- fornisce immagini ad alta risoluzione della retina e della parte anteriore dell'occhio: il potere di risoluzione spaziale è di circa 7-10 μm ;
- si basa su una tecnica interferometrica che utilizza luce del vicino infrarosso (λ da 700 nm a 1 mm);
- La luce ad alta lunghezza d'onda permette di penetrare a maggiore profondità nel tessuto biologico rispetto ad altre tecniche;
- Le prima immagini *in vivo* della struttura della retina sono state pubblicate nel 1993.

Tomografia a coerenza Ottica (OCT)

Rispetto ad altre tecniche di imaging oculari ha i seguenti vantaggi:

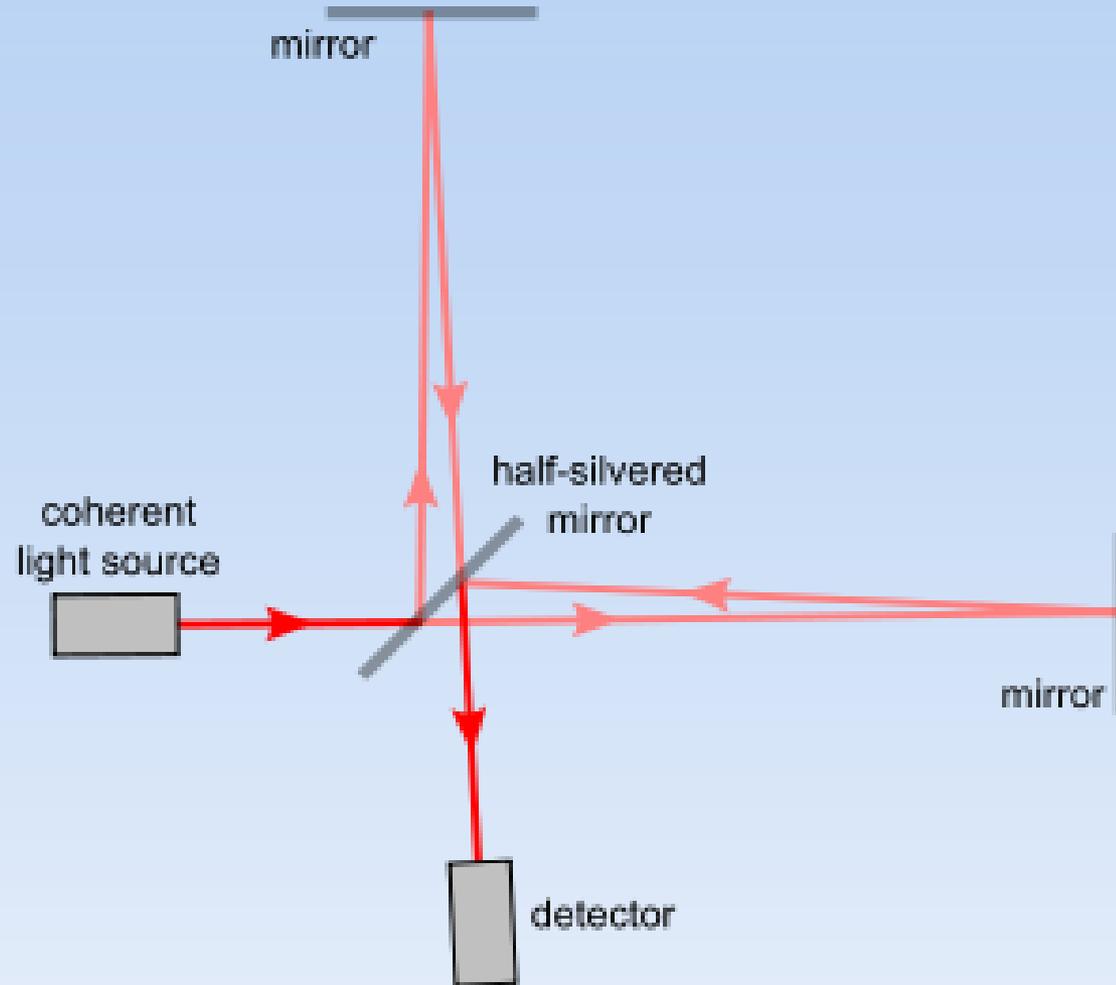
- **Alta risoluzione spaziale** (circa 10 μm) rispetto all'oftalmoscopia a scansione laser, che forniscono rispettivamente immagini con una risoluzione di 150 e 300 μm ;
- **Maggiore capacità di penetrazione** (dell'ordine dei mm), rispetto alla microscopia confocale;
- Imaging **diretto ed istantaneo** della morfologia dei tessuti;
- Il campione (o il soggetto) **non va preparato** prima dell'indagine;
- Assenza di **radiazioni ionizzanti**.

Tomografia a coerenza Ottica (OCT)

- La OCT si basa su una **tecnica interferometrica a bassa coerenza**.
- Nella interferometria ad alta coerenza si ha che l'interferenza della luce laser avviene a distanza di metri dalla sorgente.
- Nella OCT questa distanza è accorciata fino all'ordine dei micrometri grazie all'utilizzo di sorgenti di luce a banda larga (cioè, luce che emettere radiazioni in un ampio intervallo di frequenze).
- Tale luce viene prodotta da diodi superluminescenti o da laser con impulsi molto brevi (laser a femtosecondo).
- Anche la luce bianca è a banda larga, ma ha bassa potenza.

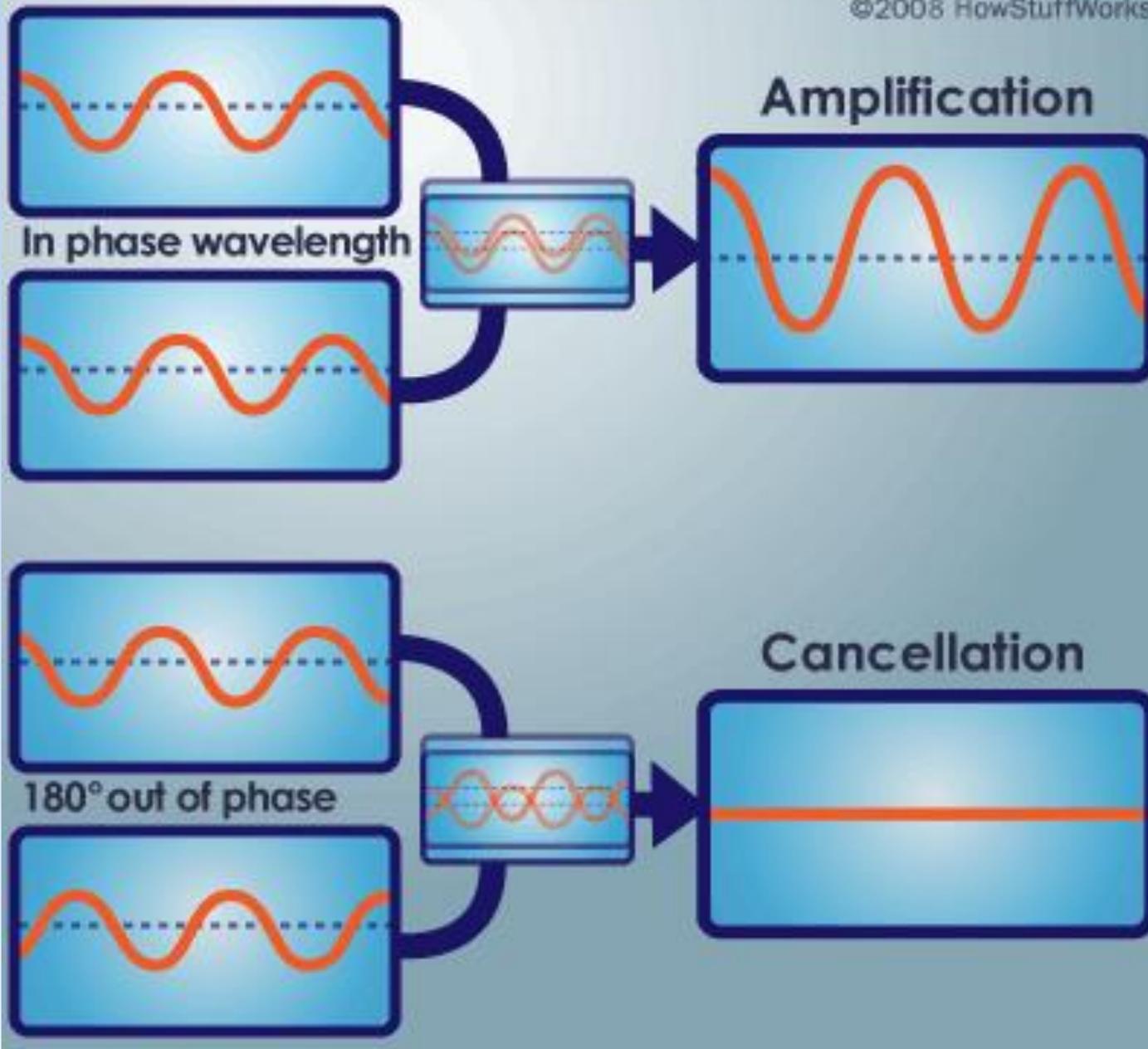
Interferometro di Michelson

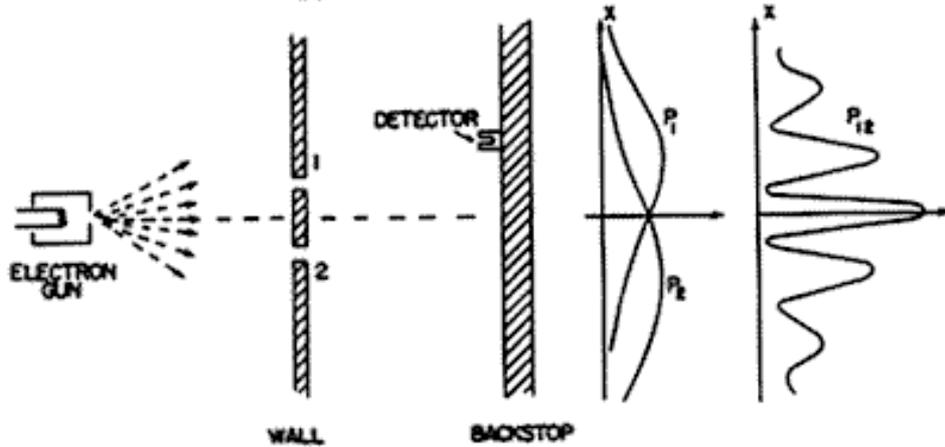
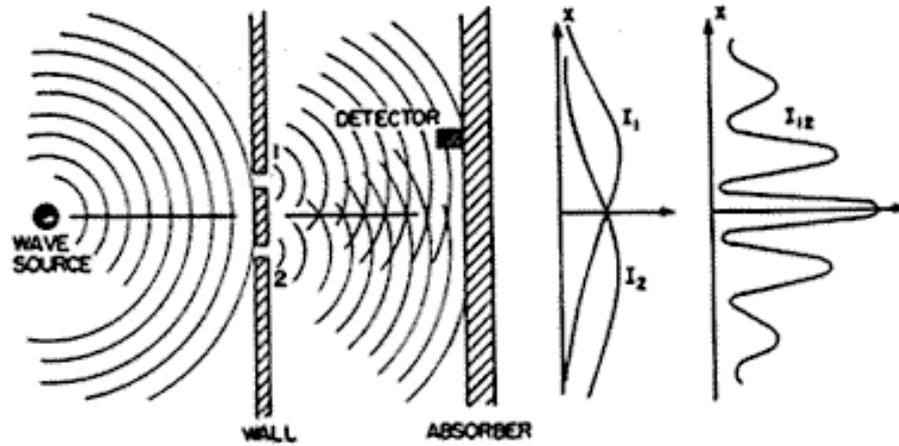
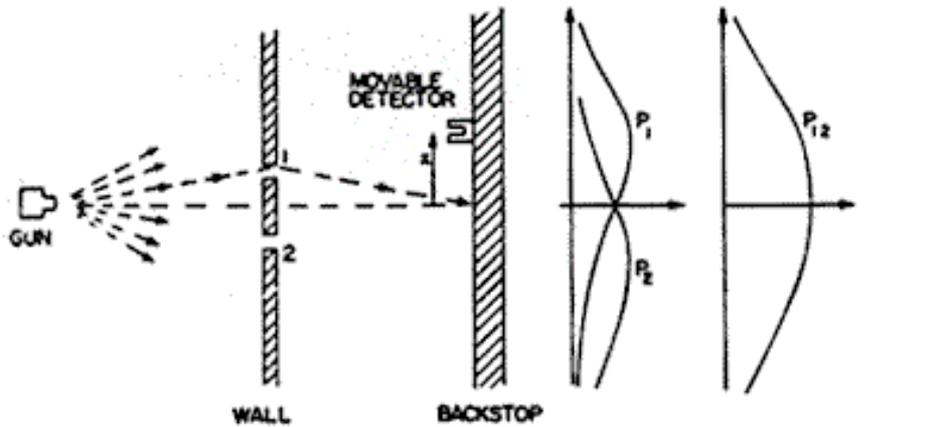
- L'interferometria fa uso del principio di sovrapposizione per combinare le onde separate.
- Questo è dovuto al fatto che quando due onde con la stessa frequenza si combinano la figura che risulta è determinata dalla differenza di fase tra le due onde.



Constructive & Destructive interference

©2008 HowStuffWorks





OCT nel dominio del tempo

In un sistema OCT il fascio di luce viene diviso in due bracci:

- in un braccio la luce viene riflessa dal campione da studiare,
- in un braccio (detto di riferimento) la luce viene riflessa da uno specchio.

I due fasci di luce si incontrano dopo i rispettivi percorsi e, purché la differenza fra i due cammini ottici sia minore di una lunghezza di coerenza, daranno luogo ad una figura di interferenza.

Il percorso ottico della luce proveniente dal campione dipende dalla forma del campione stesso, nel senso che la forma del campione determina il ritardo (o l'anticipo) del fascio ottico rispetto al fascio di riferimento.

Interferometro di Michelson

- Nella OCT a dominio temporale la lunghezza ottica del braccio di riferimento viene traslata longitudinalmente (cioè, accorciata e allungata) nel tempo.
- Una proprietà della interferometrica a bassa coerenza è che la figura di interferenza, cioè la serie frange scure e luminose, si ottiene solamente se la differenza di cammino ottico fra i due bracci è minore della lunghezza di coerenza della luce stessa.
- L'involuppo della figura di interferenza stessa cambia al variare del cammino ottico stesso, laddove il picco dell'involuppo corrisponde all'uguaglianza dei cammini ottici.

Tomografia

Origine della figura di interferenza:

- L'area del campione riflette la luce incidente in modo diverso, a seconda della sua forma e della sua dimensione.
- La luce che è al di fuori della lunghezza di coerenza NON contribuisce alla figura di interferenza.
- Il profilo dovuto al contributo della luce riflessa è chiamato **A-scan** e contiene informazioni sulle dimensioni spaziali e sulla localizzazione delle strutture all'interno del campione stesso.
- Combinando una serie di queste scansioni assiali laterali (A-scan) si può ottenere una tomografia (detta **B-scan**) del campione.

OCT nel dominio delle frequenze

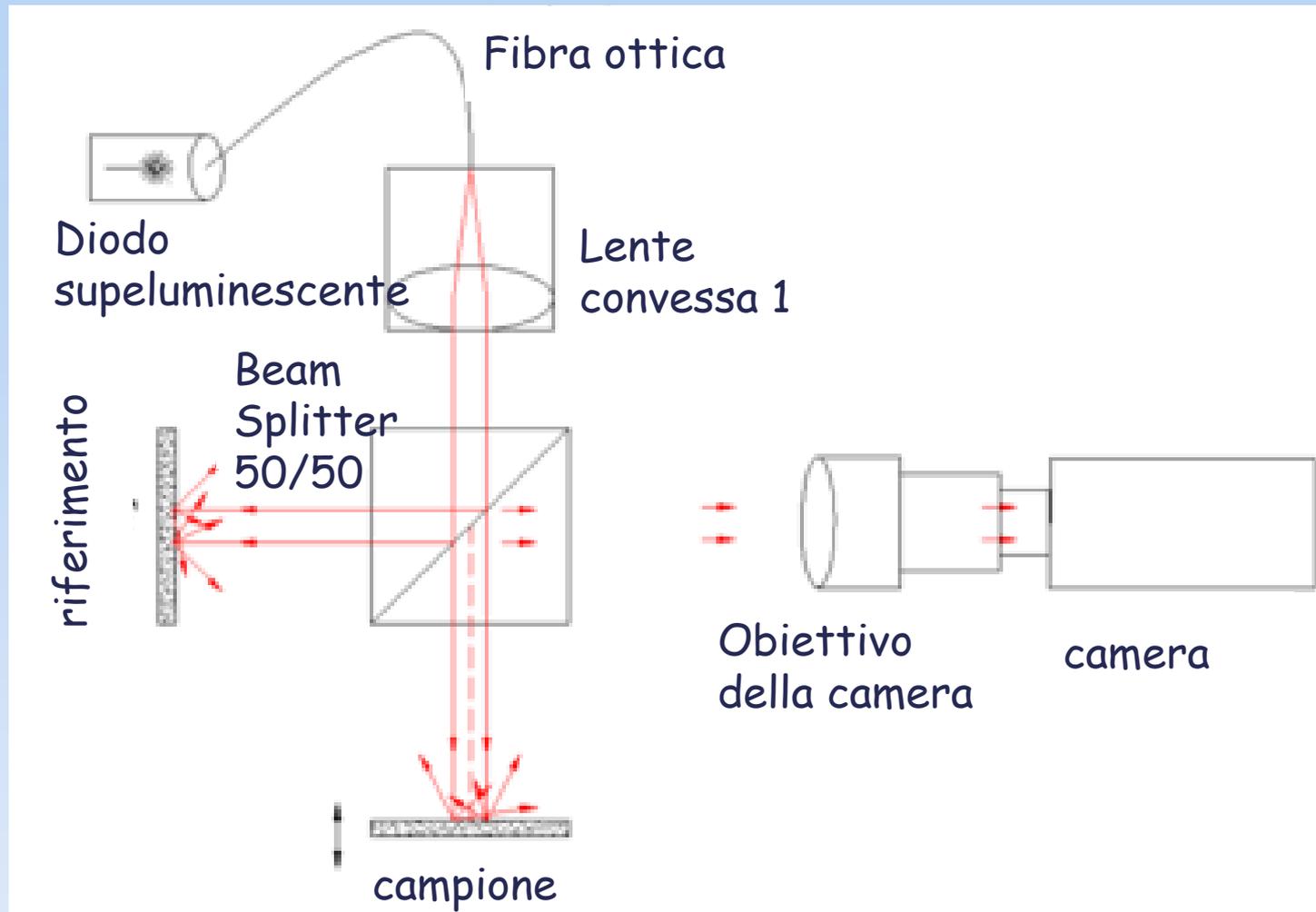
- Nella OCT a dominio nelle frequenze, la larghezza di banda dell'interferenza viene acquisita con dei rivelatori separati spettralmente.
- In questa modalità non c'è bisogno di muovere il braccio di riferimento.
- Questa caratteristica fornisce le immagini in tempi molto più brevi, e si riduce il rapporto segnale/rumore.

- La OCT raggiunge un'alta risoluzione spaziale perché la lunghezza d'onda della luce utilizzata è più bassa degli ultrasuoni o della radio frequenza.
- La luce che incide sul campione è solo in parte riflessa (e va quindi a formare la figura di interferenza), in gran parte viene diffusa (*scattered*). La componente di luce diffusa contribuisce al riverbero.
- Nella tecnica dell'OCT la componente di luce diffusa viene eliminata tramite dei filtri.

- Il principio fisico che permette di filtrare la luce diffusa è la coerenza ottica (differenza di fase costante nel tempo).
- Infatti, *solo* la luce riflessa (non diffusa) è coerente (cioè, conserva la fase ottica che consente ai raggi di luce di propagarsi in una piuttosto che in un'altra direzione).
- Nella strumentazione OCT un interferometro ottico è regolato in modo tale da rivelare *solo* la componente coerente: in pratica, l'interferometro seleziona solo la luce coerente, necessaria alla formazione dell'immagine, facendo disperdere quella diffusa.
- Nel processo di formazione dell'immagine si tiene conto anche della profondità e dell'intensità della luce riflessa proveniente da un sottostrato.

- Nell'ambito delle tecniche di imaging 3D, la OCT è simile all'imaging con gli ultrasuoni.
- La tecnica è limitata all'imaging fino ad 1-2 mm al di sotto della superficie del tessuto biologico perché a profondità maggiori la componente di luce riflessa è troppo piccola per essere rivelata.
- Non è richiesta una preparazione specifica del tessuto da investigare.
- E' anche importante osservare che la potenza del laser in uscita è bassa e non è pericolosa per l'occhio.

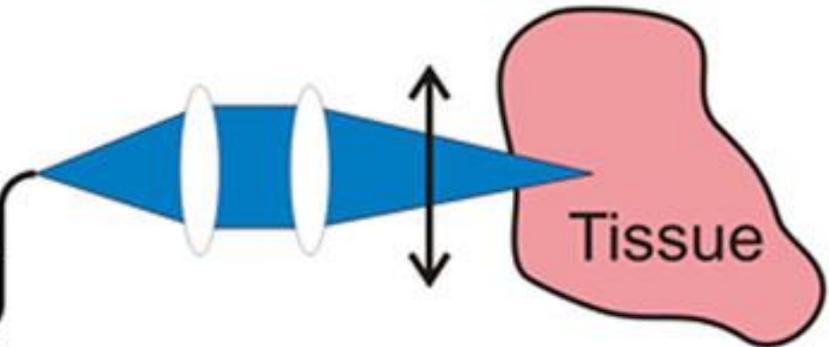
Schema di un apparato OCT



Broad bandwidth
source (QD-SLED)



Fiber-optic
beam splitter



Tissue

Detector

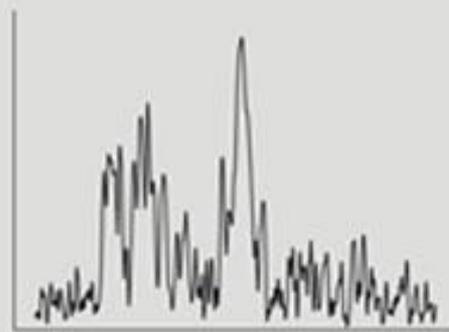


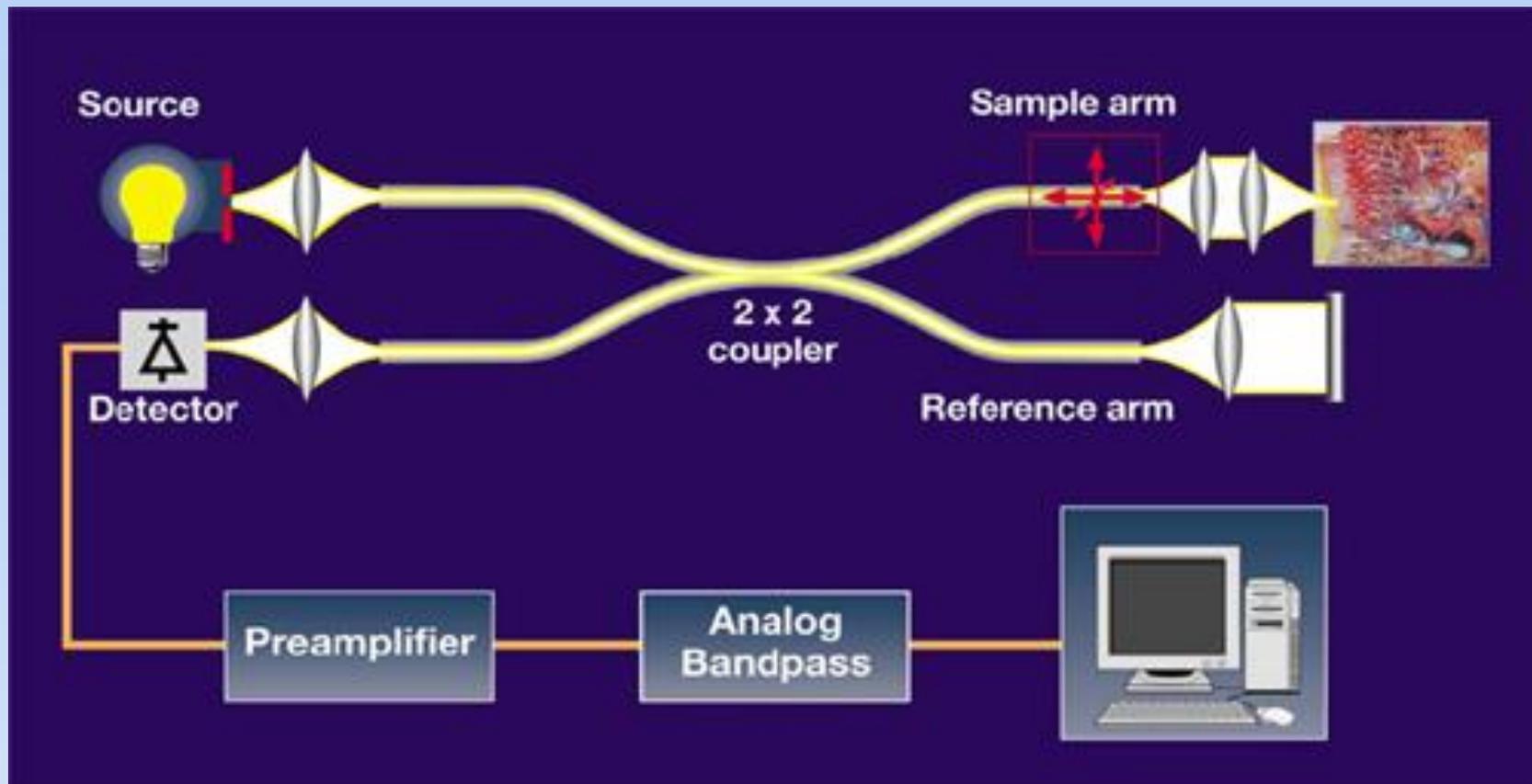
Optical
delay line
scanning reference
mirror

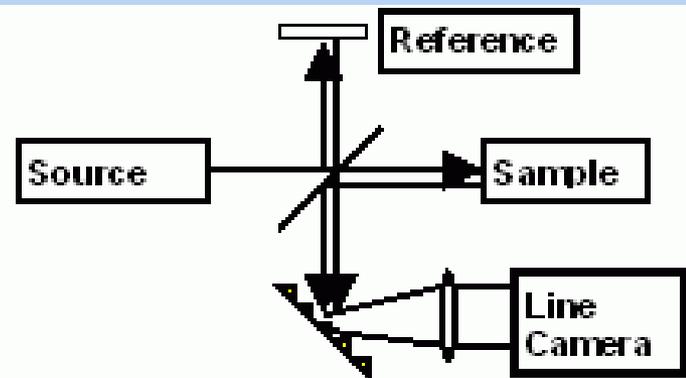
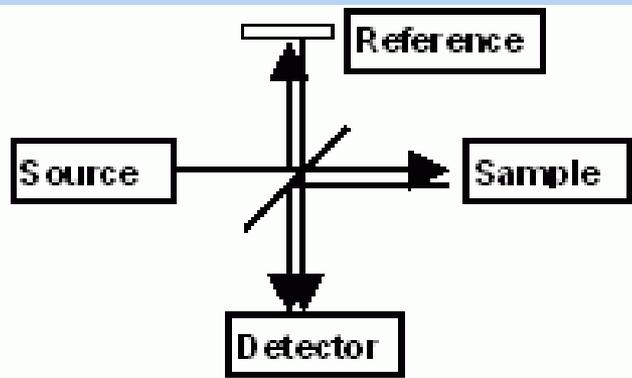
Single reflection site



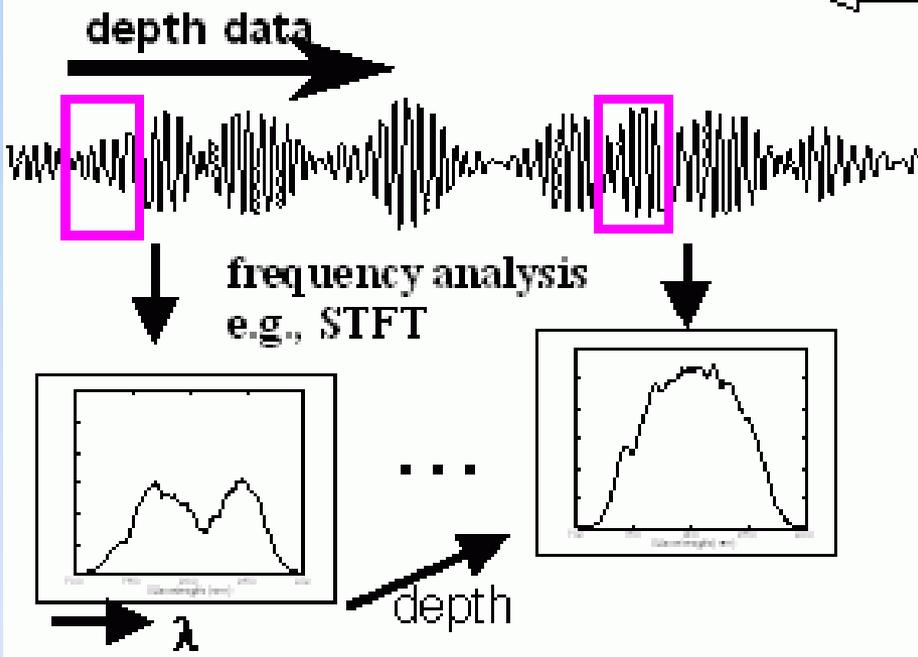
A-scan (envelope)



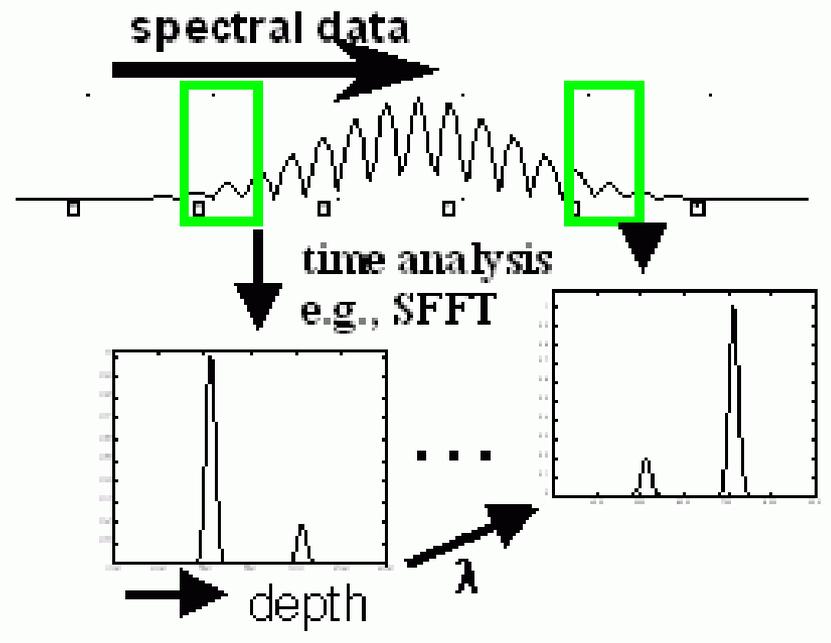




Dual



Time-domain SOCT



Spectral-domain SOCT

- L'OCT proietta sulla retina un fascio di lunghezza d'onda nel vicino infrarosso (820 nm) generato da un diodo superluminescente; confronta quindi i tempi di propagazione dell'eco della luce riflessa dalla retina con quelli relativi allo stesso fascio di luce riflesso da uno specchio di riferimento posto a distanza nota. Benché la luce riflessa dalla retina sia composta da eco multipli, la distanza percorsa dagli stessi viene determinata tramite la variazione della distanza dallo specchio di riferimento.
- L'interferometro OCT rileva elettronicamente, raccoglie, elabora e memorizza gli schemi di ritardo dell'eco provenienti dalla retina.
- I tomogrammi vengono visualizzati in tempo reale utilizzando una scala in falsi colori che rappresenta il grado di riflettività dei tessuti posti a diversa profondità: i colori scuri (blu e nero) rappresentano zone a minima riflettività ottica, mentre i colori chiari come il rosso ed il bianco definiscono zone molto riflettenti.

- Infine il sistema memorizza le scansioni selezionate, permettendone la successiva elaborazione, tra cui la possibilità di correggere l'effetto dei movimenti oculari longitudinali.
- L'OCT è quindi un esame semplice, rapido, non invasivo ed altamente riproducibile, ma è limitato dalla presenza di qualsiasi opacità dei mezzi diottrici (edema o leucomi corneali, cataratta, emovitreo) e dalla miosi.
- Le immagini tomografiche ottenute con l'OCT permettono uno studio sia di tipo qualitativo che quantitativo del tessuto retinico, con la possibilità di dirigere la scannerizzazione direttamente verso la zona di interesse grazie alla contemporanea osservazione della retina. Dal punto di vista qualitativo su ogni scansione si può effettuare un'analisi della morfologia e del grado di riflettività degli strati retinici. Per quanto riguarda la valutazione quantitativa lo strumento permette di misurare lo spessore della retina, che può anche essere rappresentato in mappe di spessore.